

Сопова Антонина Сергеевна

*государственное бюджетное образовательное учреждение среднего профессионального образования «Государственный агротехнический колледж»
с. Московское*

КОНСПЕКТ УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ «ПЛОСКИЕ СЕЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ»

Цель урока: 1. Обучающая: познакомить обучающихся с методами построений сечений многогранников; систематизировать знания обучающихся по теме «Взаимное расположение прямой и плоскости, двух плоскостей»

2. Развивающая: развивать логическое мышление, совершенствовать навыки решения задач на построение.

3. Воспитывающая: создавать благоприятную для каждого обучающегося эмоциональную атмосферу, совершенствовать навыки работы в группе.

Ход урока:

1. Актуализация опорных знаний.

Вспомним:

- пересечение прямой с плоскостью;
- пересечение плоскостей;
- свойства параллельных плоскостей.

2. Постановка задачи, мотивация учения.

Вопросы к группе:

- Что значит построить сечение многогранника плоскостью?



- Как могут располагаться относительно друг друга многогранник и плоскость?

- Как задается плоскость?

- Когда задача на построение сечения многогранника плоскостью считается решенной?

3. Изучение нового материала.

А) Итак, задача состоит в построении пересечения двух фигур: многогранника и плоскости (рис.1). Это могут быть: пустая фигура (а), точка (б), отрезок (в), многоугольник (г). Если пересечение многогранника и плоскости есть многоугольник, то этот многоугольник называется сечением многогранника плоскостью.

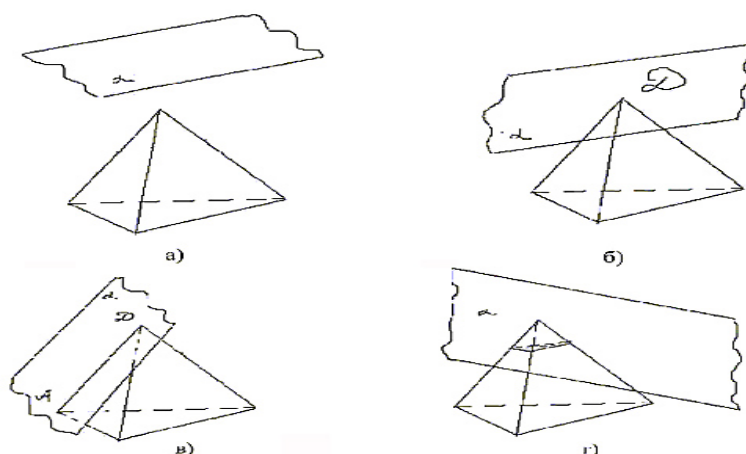


Рис. 1

Будем рассматривать только случай, когда плоскость пересекает многогранник по его внутренности. При этом пересечением данной плоскости с каждой гранью многогранника будет некоторый отрезок. Таким образом, задача считается решенной, если найдены все отрезки, по которым плоскость пересекает грани многогранника.

Исследуйте сечения куба (рис.2) и ответьте на следующие вопросы:

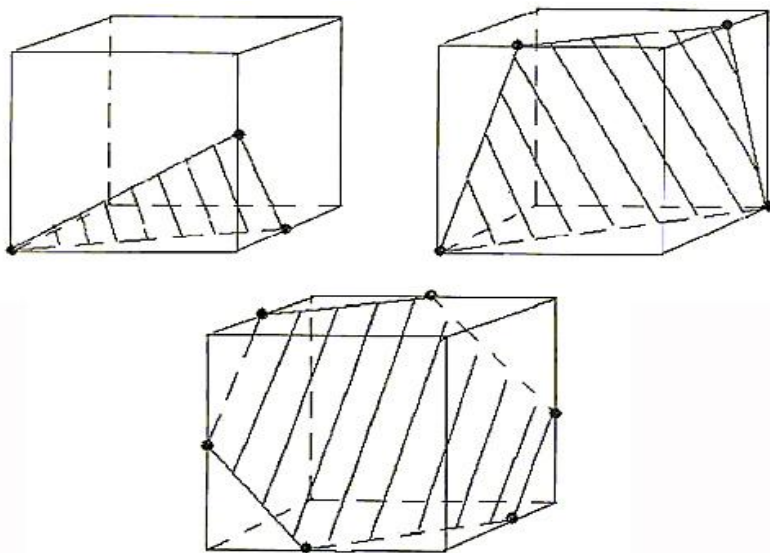


Рис. 2

- какие многоугольники получаются в сечении куба плоскостью? (Важно число сторон многоугольника);

[Предполагаемые ответы: треугольник, четырехугольник, пятиугольник, шестиугольник.]

- может ли в сечении куба плоскостью получиться семиугольник? А восьмиугольник и т.д.? Почему?

Давайте рассмотрим призму и ее возможные сечения плоскостью (на модели). Какие многоугольники получаются?

Какой можно сделать вывод? Чему равно наибольшее число сторон многоугольника, полученного сечением многогранника с плоскостью?

[Наибольшее число сторон многоугольника, полученного в сечении многогранника плоскостью, равно числу граней многогранника.]

Б) а) Метод следов заключается в построении следов секущей плоскости на плоскость каждой грани многогранника. Построение сечения многогранника методом следов обычно начинают с построения так называемого основного следа секущей плоскости, т.е. следа секущей плоскости на плоскости основания многогранника.



б) Метод вспомогательных сечений построения сечений многогранников является в достаточной мере универсальным. В тех случаях, когда нужный след (или следы) секущей плоскости оказывается за пределами чертежа, этот метод имеет даже определенные преимущества. Вместе с тем следует иметь в виду, что построения, выполняемые при использовании этого метода, зачастую получаются “скупенными”. Тем не менее, в некоторых случаях метод вспомогательных сечений оказывается наиболее рациональным.

Метод следов и метод вспомогательных сечений являются разновидностями аксиоматического метода построения сечений многогранников плоскостью.

в) Суть комбинированного метода построения сечений многогранников состоит в применении теорем о параллельности прямых и плоскостей в пространстве в сочетании с аксиоматическим методом.

А теперь на примере решения задач рассмотрим метод следов.

4. Закрепление материала.

Задача 1.

Построить сечение призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки P, Q, R (точки указаны на чертеже (рис.3)).

Решение.

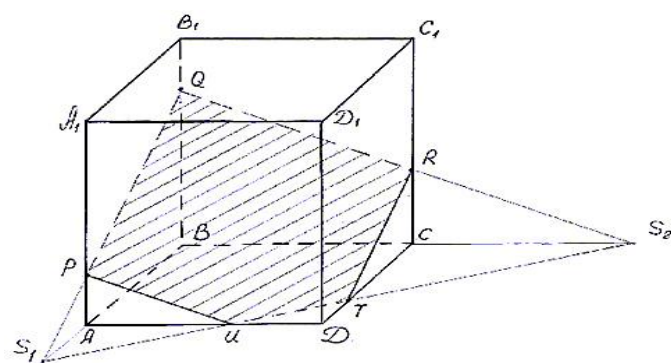


Рис. 3

Построим след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы. Рассмотрим грань AA_1B_1B . В этой грани лежат точки сечения P и Q . Проведем прямую PQ .

Продолжим прямую PQ , которая принадлежит сечению, до пересечения с прямой AB . Получим точку S_1 , принадлежащую следу.

Аналогично получаем точку S_2 пересечением прямых QR и BC .

Прямая S_1S_2 - след секущей плоскости на плоскость нижнего основания призмы.

Прямая S_1S_2 пересекает сторону AD в точке U , сторону CD в точке T . Соединим точки P и U , так как они лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D . Аналогично получаем TU и RT .

$PQRTU$ – искомое сечение.

Задача 2.

Построить сечение параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ плоскостью, проходящей через точки M, N, P (точки указаны на чертеже (рис.4)).

Решение.

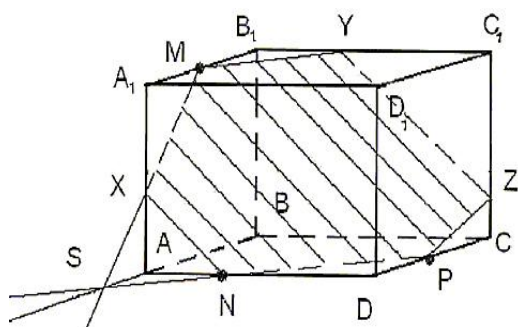


Рис. 4

Точки N и P лежат в плоскости сечения и в плоскости нижнего основания параллелепипеда. Построим прямую, проходящую через эти точки. Эта прямая является следом секущей плоскости на плоскость основания параллелепипеда.

Продолжим прямую, на которой лежит сторона AB параллелепипеда. Прямые AB и NP пересекутся в некоторой точке S . Эта точка принадлежит плоскости сечения.

Так как точка M также принадлежит плоскости сечения и пересекает прямую AA_1 в некоторой точке X .

Точки X и N лежат в одной плоскости грани AA_1D_1D , соединим их и получим прямую XN .

Так как плоскости граней параллелепипеда параллельны, то через точку M можно провести прямую в грани $A_1B_1C_1D_1$, параллельную прямой NP . Эта прямая пересечет сторону B_1C_1 в точке Y .

Аналогично проводим прямую YZ , параллельно прямой XN . Соединяем Z с P и получаем искомое сечение – $MYZPNX$.

Задача 3 (для самостоятельного решения).

Построить сечение тетраэдра $DACB$ плоскостью, проходящей через точки M , N , P (точки указаны на чертеже (рис.5)).

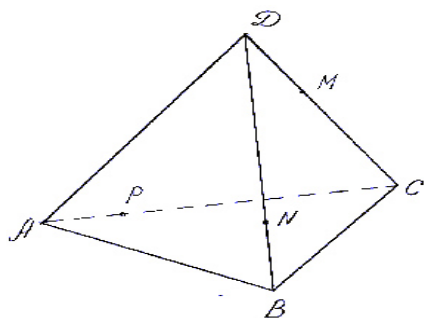


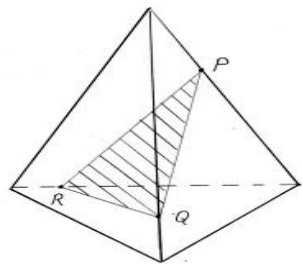
Рис. 5

5. Подведение итогов урока.

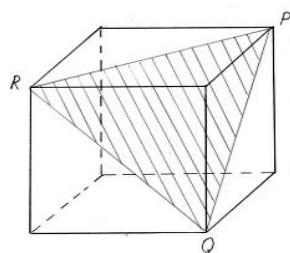
Ответьте на вопрос: являются ли закрашенные фигуры сечениями изображенных многогранников плоскостью PQR ? И выполните правильное построение (рис. 6).



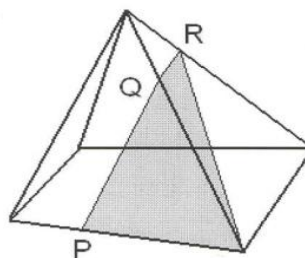
Вариант 1.



а)

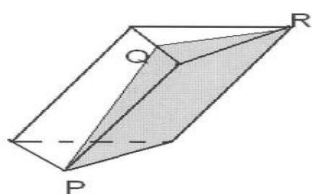


б)

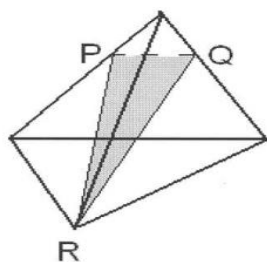


в)

г)



д)



Вариант 2

