

*Нартова Светлана Ивановна*

*Муниципальное бюджетное общеобразовательное  
учреждение лицей №15 города Ставрополя*

ЭВРИСТИЧЕСКИЙ УРОК: «ПРОСТОЕ И СЛОЖНОЕ»  
«МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МАТЕМАТИЧЕСКОМ  
ОБРАЗОВАНИИ УЧАЩИХСЯ СРЕДНИХ И СТАРШИХ КЛАССОВ»

*Данный урок был разработан и проводился для учащихся 5-6 классов в зависимости от автора учебника и программы введения темы «Признаки делимости». Предложенное занятие является интегрированным. Содержание составляют деятельностные единицы, носящие универсальный характер: понятия, модели, задачи, проблемы и т.д.*

**Ход занятия:**

1. Мобилизующий этап – включение учащихся в активную интеллектуальную деятельность
2. Целеполагание – формулирование учащимися целей урока по схеме: вспомнить – узнать – уметь
3. Момент осознания учащимися недостаточности имеющихся знаний и умений
4. Коммуникация
5. Взаимопроверка и взаимоконтроль
6. Рефлексия – осознание учеником и воспроизведение в речи того, чему научился и каким способом действовал.

Зажигая привычным движением спичку, мы иной раз еще задумываемся над тем, сколько трудов стоило добывание огня нашим предкам. Мало кто

подозревает, что нынешние способы выполнения арифметических действий тоже не всегда были так просты и удобны, так прямо и быстро приводили к результату. А что же кроется за понятием простое, а сложное? (*Простое - то, что нетрудно, несложно для понимания. Сложное - состоящее из нескольких частей, многообразное по составу частей и связей между ними.*)

**Цель** нашего сегодняшнего занятия – разобраться в связях между понятиями Простое и сложное, в хитросплетениях чисел, вспомнить теоретический материал по делимости чисел, разобрать задачи из ЕГЭ уровня С6 на делимость, а также решить некоторые олимпиадные задачи на делимость.

Предки наши пользовались гораздо более громоздкими и медленными приемами. И если бы школьник нашего времени мог перенестись за четыре, за три века назад, он поразил бы наших предков быстротой и безошибочностью своих арифметических выкладок. Молва о нем облетела бы окрестные школы и монастыри, затмив славу искуснейших счетчиков этой эпохи, и со всех сторон приезжали бы учиться у нового великого мастера счетного дела. Особенно сложны и трудны были в старину действия умножения и деления – особенно последнее. «Умножение – мое мучение, а с делением – беда», - говорили в старину. Сегодня именно о делении пойдет речь на нашем занятии. Рассмотрим пример, в котором используются признаки делимости чисел: Найдите наибольшее четырехзначное число, все цифры которого различны и которое делится на 2, 5, 9 и 11. Ответ: 8910

Данная задача является, абсолютно, математической. Для ее решения необходимо было вспомнить признаки делимости различных чисел.

Признак - это правило, позволяющее быстро определить, является ли число кратным заранее заданному числу, **без необходимости выполнять деление**.

Какие же признаки делимости мы знаем?

А теперь давайте попробуем услышать эти признаки делимости в музыке, увидеть их в картинах. Как вы думаете это сложно? Почему? «В математике есть своя красота, как в живописи и поэзии». Н. Е. Жуковский.



**Музыкальная импровизация** «Признаки делимости». Попробуем определить, какие признаки спрятаны в тех или других мелодиях. Учащиеся напевают или нахлопывают какую-то мелодию, а ребята угадывают.

**Динамическая пауза** Всем предлагается встать. Необходимо сосчитать до 30 (сколько человек в классе) по порядку, только вместо чисел, которые кратны 4 или оканчиваются на цифру 4, надо говорить: «Ай, да я!»

**Проблемный вопрос:** Можно ли создать «Универсальный признак делимости». (Совет: Не ломай голову в одиночестве). Обоснуйте свое мнение.

**Фокусник:** Спрячьте в одной руке 5-ти рублёвую монету, а в другой - 2-ух рублёвую, а я смогу легко определить, в какой руке спрятана 2-ух рублёвая монета. Для этого я прошу умножить число рублей в правой руке на 2, а в левой – на 3 и результаты сложить, а мне сообщить лишь, является сумма чётной или нет. *(Если сумма чётная, то 2-ух рублёвая монета в левой руке, если нечётная, то в правой)*. Разберем, на основании каких признаков построен этот фокус (Признаки делимости на 2 и на 5)

А теперь перейдем к самой сложной задаче нашего занятия. Все вы знаете, что 11классники обязаны сдавать ЕГЭ по математике и самым сложным на экзамене является задача С6. Давайте с ней познакомимся.

**Задача (ЕГЭ 2013):** А, И, Б сидели на трубе. К ним стали по очереди подсаживаться другие буквы так, что порядковый номер очередной буквы в русском алфавите равнялся сумме цифр порядковых номеров двух предыдущих. Оказалось, что начиная с некоторого момента буквы начали циклически повторяться.

а) Какая буква (из числа циклически повторяющихся) встречается наиболее часто?

б) Может ли циклически повторяющийся набор состоять из одной буквы? Если да, укажите эту букву.

Как по- вашему, это задача сложная? А теперь давайте попробуем посмотреть на эту задачу с другой позиции, а ребята нам в этом помогут.

**Инсценировка:** А, И, Б сидели на трубе.

«Мы сидели и болтали, числа разные считали и от этой простоты в голову стали приходить самые различные мысли.

**Буква Б:** И десятая у нас, я моложе – я вторая.

**Буква А:** Пусть следующая буква будет В.

**Буква И:** Потому что ее порядковый номер  $3=1+0+2$ , к нам подсела буква В.

**Буква Б:** Теперь к нам по очереди стали подсаживаться другие буквы так, что порядковый номер очередной буквы в русском алфавите равнялся сумме цифр порядковых номеров двух предыдущих.

**Буква И:** Оказалось, что начиная с некоторого момента буквы начали циклически повторяться.

**Буква А:** а) Через сколько букв начнется повторение?

**Буква А:** б) Какая буква встречается наиболее часто?

**Буква А:** в) Может ли циклически повторяющийся набор состоять из одной буквы? Если да, укажите эту букву.

Решение: 1) А-1; Б-2; В-3; Г-4; Д-5; Е-6; Ё-7; Ж-8; З-9; И-10; Й-11; К-12; Л-13; М-14; Н-15; О-16; П-17; Р-18; С-19; Т-20; У-21; Ф-22; Х-23; Ц-24; Ч-25; Ш-26; Щ-27; Ъ-28; Ы-29; Ь-30; Э-31; Ю-32; Я-33. Попробуем составить ряд: 1, 10, 2, 3, 5, 8, 13, 12, 7, 10, 8, 9, 17, 17, 16, 15, 13, 10, 5, 6, 11, 8, 10, 9, 10, 10, 2, 3... - начинает повторяться. Чаще всего встречается цифра 10, т.е. буква И.

2) Чтобы набор состоял из одной буквы, нужно найти такое число, которое бы равнялось удвоенной сумме своих цифр. Такое число есть, например, 18. Видно, что ряд 18, 18, 18, 18... удовлетворяет нашему условию. Таким образом, это буква Р. А теперь скажите, по-прежнему ли задача считается сложной? Как вы думаете, а существуют ли простые числа? Почему они так называются?

**Простое число** — это натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя: единицу и само себя. Все остальные натуральные числа, кроме единицы, называются составными.

«Всякий, кто изучает простые числа бывает очарован и одновременно ощущает собственное бессилие. Определение простых чисел так просто и очевидно; найти очередное простое число так легко; разложение на простые сомножители



- такое естественное действие. Почему же простые числа столь упорно сопротивляются нашим попыткам постичь порядок и закономерности их расположения? Может быть, в них вообще нет порядка, или же мы так слепы, что не видим его?» Ч. Узерелл Вот здесь мы и подошли к пониманию сути проблемы простых чисел – **нет 100% доказанных формул и закономерностей, описывающих распределение простых чисел в бесконечном натуральном ряду.**

Ребятам предлагается несколько выступлений о простых и сложных числах на различных языках, последним звучит выступление на русском языке о решете Эратосфена. Скажите пожалуйста, все ли выступления для вас оказались простыми, почему? *Развивай свою наблюдательность, чтобы замечать необычное в обычном.* Давайте познакомимся с некоторыми необычными числами, которые имеют особые характеристики.

#### **Примеры выступлений о числах:**

**Дружественные числа** - два различных натуральных числа, для которых сумма всех собственных делителей первого числа равна второму числу и наоборот, сумма всех собственных делителей второго числа равна первому числу. Иногда частным случаем дружественных чисел считаются совершенные числа: каждое совершенное число дружелюбно к себе. Большого значения для теории чисел эти пары не имеют, но являются любопытным элементом занимательной математики. **284** и **220**, имеющие соответствующую сумму делителей  $1+2+4+5+10+11+20+22+44+55+110 = 284$  и  $1+2+4+71+142 = 220$ , были известны ещё древним. Так ибн Хальдун прилагает к своему трактату руководство по изготовлению талисмана дружбы, а мадридский ученый аль-Маджрити приводит рецепт взаимной любви: "На чем-либо напишите числа 220 и 284, меньшее дайте объекту любви, а большее съешьте сами". Ученый добавляет, что действенность этого способа он проверил на себе.

А знаете ли Вы, что квадрат любого числа, состоящего из единиц до 10 знаков является палиндромом – то есть справа-налево читается одинаково?



Например:  $11^2 = 121$ ,  $111^2 = 12321\dots$ ,  $11111111^2 = 12345678987654321$   
Интересно, что в математике палиндромические числа иногда называются “**числами Шахерезады**” – это название было вдохновлено названием “1001 ночь”, где 1001 – число-палиндром.

А сейчас я предлагаю вашему вниманию работы ребят, в которых они пытались изобразить признаки делимости и выбор простых чисел. Перед вами выставка «Мозаика кратных». Первые 100 чисел можно записать в форме таблицы, например 10 на 10. При этом возникают некоторые красивые узоры из чисел. Например, все четные числа располагаются по столбцам, так же как и числа, кратные пяти. Кратные другим числам могут давать совершенно неожиданные узоры. Например, числа кратные 7, располагаются по следам шахматного коня, который «скачет» по квадрату вниз и вправо. Вам было предложено исследовать другие числовые узоры.

### **Практическая работа:**

Каждой группе предоставляется задание из ЕГЭ или олимпиады и после решения группа отвечает на следующие вопросы:

Какие знания вам пригодились для решения этой задачи, простой или сложной она для вас явилась? Задания:

- Имеются пять листов бумаги. Некоторые из них порвали на 5 кусков каждый. Некоторые из получившихся кусков на 5 частей и т.д. Можно ли, продолжая эту операцию, получить 2008 листов?
- Робот Вася умеет делить на 7. Если число он сумел разделить на 7, то делит на 7 частное и т. д. до тех пор, пока это возможно. Сколько раз можно разделить на 7 число  $100! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 100$  ?
- Из чисел от 1 до 252 выбросили все числа, делящиеся на 2, но не делящиеся на 5, и все числа, делящиеся на 5, но не делящиеся на 2. Сколько осталось чисел?
- Может ли сумма двух последовательных натуральных чисел быть простым числом?



- Кузнечик прыгает по прямой каждый раз в одном из двух направлений, причем в первый раз он прыгнул на 1 см в какую-то сторону, во второй раз – на 2см и так далее. Докажите, что после 1985 прыжков он не может оказаться, где начинал.
- Найдутся ли хотя бы три десятизначных числа, делящихся на 11, в записи каждого из которых использованы все цифры от 0 до 9?

**Рефлексия «Шесть сфер мышления»** Как бы вы продолжили фразу: «Для меня сегодняшнее занятие – это...» Я почувствовал (а) что... Меня удивило... Теперь я могу... Было трудно... Было интересно... Я понял (а) что в жизни мне... Сегодня я узнал... Я понял (а) что... Мне захотелось...

Сегодняшний необычный урок мне бы хотелось закончить и домашним заданием тоже необычным: придумайте задачу на использование признаков делимости и нарисуйте рисунок или напишите минисочинение, в которых воплощаются ваши ассоциации с понятиями простое и сложное.

В **заключении** мне хочется зачитать отрывок из книги Фаермарка «Задача пришла с картины»: В бесконечном множестве натуральных чисел, так же как среди звезд Вселенной, выделяются отдельные числа и целые их «созвездия» удивительной красоты, числа с необыкновенными свойствами и своеобразной, только им присущей гармонией. Надо только уметь увидеть эти числа, заметить их свойства. Всмотритесь в натуральный ряд чисел – и вы найдете в нем много удивительного и диковинного, забавного и серьезного, неожиданного и курьезного. Видит тот, кто смотрит. Ведь люди и в летнюю звездную ночь не заметят... сияние Полярной звезды, если не направят свой взор в безоблачную высь.

