VII Всероссийский фестиваль методических разработок
"Конспект урока"
февраль - апрель 2016 г.

Порфирьев Владимир Андреевич

Государственное автономное профессиональное образовательное учреждение Чувашской Республики «Чебоксарский техникум транспортных и строительных технологий» Министерства образования и молодежной политики Чувашской Республики

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ УДЭ НА УРОКАХ АЛГЕБРЫ ПРИ РЕШЕНИИ СИММЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Цель. Рассмотреть решение симметрических уравнений с использованием технологии укрупнение дидактических элементов

Структура урока

1. Сообщение темы и цели урока.
2. Повторение и закрепление решений квадратных и биквадратных уравнений.
3. Изложение нового материала.
4. Задание на уроке.
5. Задание на дом.
6. Подведение итогов урока.

Ход урока.

1. Сообщение темы и цели урока

2. Повторение и закрепление решений квадратных уравнений.

Далее, к доске приглашаются 5 обучающихся. Преподаватель выдаёт каждому задание на раздаточном листке, которое необходимо решить на доске за 2-3 минуты.

Задание 1. Решить неполное квадратное уравнение: $x^2 - 4x = 0;$

Задание 2. Решить неполное квадратное уравнение: $x^2 - 9 = 0;$

Задание 3. Решить неполное квадратное уравнение: $x^2 + 25 = 0;$

Задание 4. Решить приведённое квадратное уравнение: $x^2 + 5x - 6 = 0$

Задание 5. Решить полное не приведенное квадратное уравнение:

$$3 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 2 = 0$$

Затем, к доске приглашаются ещё 5 обучающихся. Преподаватель направляет этих обучающихся к доске, где уже имеются решения, и ставит им задачу. Внимательно посмотреть решение и найти другой способ решения этих же уравнений.

Здесь возможны разные ситуации. Во-первых, все эти уравнения решаются классическим способом:

Задание 1: Выносится переменная x за скобки, получается произведение равное нулю. Это возможно, когда один из множителей равен нулю. Получаются два корня.

Задание 2. Переменная остаётся в левой части уравнения, а число 9 переносится в правую часть уравнения и извлекается корень. Получается два корня.

Задание 3. Здесь можно рассуждать двояко, во-первых, выполнить те же действия, что и в предыдущем примере. При извлечении корня из отрицательного числа (-25)делаем вывод, что уравнение не имеет корней. Во-вторых, рассуждаем так: переменная в квадрате всегда является положительным число. А значит, складывая его с другим положительным числом, мы никак не можем получить нулевое число, что означает – нет решения данного уравнения.

Задание 4. Данное приведённое квадратное уравнение записано в стандартном виде, в виде квадратного трехчлена в котором степени расположены последовательного от старшего коэффициента к свободному члену (младшему коэффициенту). И обозначая, соответствующие коэффициенты $a = 1;$ $b = 5;$ $c = -1,$ через известные формулы дискриминанта и корней квадратного уравнения определяются два корня. Приведенное квадратное уравнение – это такое квадратное уравнение, в котором старший коэффициент квадратного трёхчлена равен $a=1$. Приведённое квадратное уравнение – значит уравнение приведено к старшему коэффициенту (всё уравнение разделено на старший коэффициент).

Задание 5. Здесь также квадратное уравнение записано в стандартном виде, в виде квадратного трехчлена в котором степени расположены последовательного от старшего коэффициента к свободному члену (младшему коэффициенту). В отличие от предыдущего примера, данное уравнение не приведённое, так как старший член $a=3$. Решение также выполняется с помощью дискриминанта и по соответствующим формулам корней квадратного уравнения.

В первом случае обучающиеся могли решить все одинаково классическим способом, как представлено выше. Чаще всего, из опыта своей работы хочу заметить, большинство решает так. Заучивают формулу дискриминанта, формулы для x_1 и x_2 и записывают ответ. Мало кто из обучающихся применяют другой способ решения – с применением теоремы Виета. Поэтому обучающимся второй группы, вызванных к доске, предлагается найти другой способ решения.

В данной ситуации, конечно, возможен и третий случай, он более вероятен. Возможно в первой группе обучающихся, некоторая часть решила первым способом, а другая часть обучающихся решила вторым способом, применяя теорему Виета. Смысл данного задания для второй группы обучающихся заключается в том, чтобы развить у обучающихся творческие подходы в выборе верного решения, формировать гибкость альтернативного мышления. Так как в поиске нового решения всегда происходит формирование знаний и закрепление навыков всего нового, что проходят в процессе обучения на уроке.

3. Изложение нового материала.

После выполнение данного задания к доске вызываются еще 3 обучающихся и выдаётся каждому отдельное задание для решения квадратных уравнений. (Данные 3 уравнения можно вывести на слайде и дать задание всему классу).

$2x^2+6x-1=0;$ $x^2-2x+1=0;$ $3x^2+x+1=0;$

В этих уравнениях, во-первых, квадратный трёхчлен записан не в стандартном виде и дискриминант в первом задании имеет положительное значение, во втором задании равен нулю, а в третьем задании дискриминант имеет отрицательное значение. По результатам выполнения этих заданий преподаватель задаёт всему классу вопрос:

«Что вы заметили в этих заданиях? Имеется ли здесь некоторая закономерность?». В классе найдутся обучающиеся, которые подтвердят наличие закономерностей. Преподаватель потом поможет правильно их сформулировать.

1.В квадратных уравнениях всегда 2 различных корня, два одинаковых корня или вообще нет корней. Всё зависит от значения дискриминанта.

2. Всегда перед тем, как начать решать уравнение необходимо его изучить, постараться увидеть закономерности, которые помогут правильно выбрать метод решения: как оно записано, к какому виду уравнения относится, в какой последовательности записаны члены уравнения и т.д.

Умение правильно рассмотреть уравнение, визуально (зрительно) его изучить до начала решения много стоит. Рассмотренные выше задания 1-й группы, 2-й группы и 3-й группы обучающихся подтверждают данный вывод.

Затем преподаватель запускает презентацию и озвучивает некоторые утверждения о корнях многочлена $P_n(x)$:

Уравнения называются целыми, если обе его части являются целыми выражениями (т.е. не содержат деления на выражения с переменными). С помощью равносильных преобразований целое уравнение можно привести к виду $P_n(x)=0$.где $P_n(x)-$многочлен $n-ой$ степени.

Существует ряд уравнений, которые удаётся решить при помощи сведения их к квадратным уравнениям. К таким уравнениям относятся уравнения следующих типов:

а) трёхчленные уравнения; такие уравнения только что рассмотрели у доски.

б) симметричные уравнения 3-й и 4-й степени.

На слайде выводится задание

Пример 1. Решить биквадратное уравнение $x^4 – x^2 – 12 = 0$ и даётся решение.

Если обозначить $y = x^2$, то уравнение превратится в квадратное уравнение, корнями которого являются числа: -3 и 4.

$y^2 – y – 12 = 0$. $y_1 = – 3, y_2 = 4$.

В первом случае из равенства $y = x^2$ получаем уравнение: $x^2 = – 3$,

Во втором случае из равенства $y = x^2$ получаем: $– 2, 2$

Ответ: $– 2, \quad 2$.

На слайде выводится задание

Пример 2. Решить уравнение $6x^4 – \mathbf{25}x^3 + 12x^2 + \mathbf{25}x + 6 = 0$.

У этого уравнения коэффициенты первый и последний, второй и предпоследний – одинаковы. Такие уравнения называются симметрическими. Решаются просто. Группируем члены уравнения с одинаковыми коэффициентами $(6x^4+ 6) – (\mathbf{25}x^3 - \mathbf{25}x) + 12x^2 = 0$; делим всё уравнение на x^2 , выделяем полный квадрат и выносим общий множитель за скобки:

$$6x^2-25x+12+\frac{25}{x}+\frac{6}{x^2}=0. \qquad 6\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-25\left(x-\frac{1}{x}\right)+24=0.$$

Если обозначить через $y=x-\dfrac{1}{x}$, то получим квадратное уравнение

$6y^2 – 25y + 24 = 0$.

Корнями которого будут: $y_1=\dfrac{3}{2}$; $y_2=\dfrac{8}{3}$, Делая обратную замену, получим в первом случае

$$x-\frac{1}{x}=\frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x^2-1=\frac{3}{2}x \quad \Leftrightarrow \quad x^2-\frac{3}{2}x-1=0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 2x^2-3x-2=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_1=-\frac{1}{2}, \quad x_2=2.$$

Во втором случае:

$$x-\frac{1}{x}=\frac{8}{3} \quad \Leftrightarrow \quad x^2-1=\frac{8}{3}x \quad \Leftrightarrow \quad x^2-\frac{8}{3}x-1=0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 3x^2-8x-3=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_3=-\frac{1}{3}, \quad x_4=3.$$

На слайде новое уравнение.

Пример 3. $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0.$

Решение. Разложим левую часть уравнения на множители:

$$2x^3+7x^2+7x+2=\left(2x^3+2\right)+\left(7x^2+7x\right)=2\left(x^3+1\right)+7\left(x^2+x\right)=$$

$$=2(x+1)\left(x^2-x+1\right)+7x(x+1)=(x+1)\left(2x^2-2x+2+7x\right)=$$

$$=(x+1)\left(2x^2+5x+2\right)=0 \quad \Leftrightarrow \quad x+1=0 \quad \cup \quad 2x^2+5x+2=0 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad x_1=-1 \quad \cup \quad x_{2,3}=\frac{-5\pm\sqrt{25-16}}{4} \quad \Leftrightarrow \quad x_1=-1, \quad x_2=-2, \quad x_3=-\frac{1}{2}.$$

$$-2, \quad -1, \quad -\frac{1}{2}$$

4. Задание на уроке. Выводится задание на слайде для решения в классе

Решить уравнения

$$2x^4 - 3x^3 + x^2 - 3x + 2 = 0.$$

$$2x^3 + 7x^2 + 7x + 2 = 0.$$

5. Задание на дом. Решить уравнения

$$2x^4 + 3x^3 - 16x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$x^7 + 2x^6 - 5x^5 - 13x^4 - 13x^3 - 5x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$2x^4-7x^3+9x^2-7x+2=0$$

6. Подведение итогов урока.

На данном уроке мы познакомились с симметрическими уравнениями 3 и 4-степени и методами их решения. С помощью укрупнения дидактических элементов от неполных квадратных уравнений рассмотрели решения трёхчленных и симметрических уравнений.

Литература.

1.Макарычев Ю.Н.и др. Алгебра. 8 класс. М., «Просвещение», 2010.

2.Макарычев Ю.Н.и др. Алгебра. 9 класс. М., «Просвещение», 2012.

3.Макарычев Ю.Н. Поурочные разработки по алгебре. 9 класс. К учебнику Ю.Н.Макарычева. М.,«Вако», 2015.

4.Лысенко Ф.Ф, Кулабухова С.Ю. Математика. Подготовка к ГИА-9. Ростов-на-Дону. «Легион-М», 2015.

5. Сканави М.И. Решебник всех конкурсных задач по математике сборника. Киев, «Украинская энциклопедия» им.М.П.Бажана,1994.

5.Сергеев И.Н, Олезин С.Н.,Гашков С.Б. Примени математику. М., «Наука», 2004.

6. Мерлин А.В., Мерлина Н.И.. Задачи по элементарной математике. Чебоксары, Чувашское книжное издательство, 1996.

7. Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Обучение математике в школе. М., «Столетие», 1996.