

*Кокиева Лилия Диляверовна*

*Муниципальное общеобразовательное учреждение «Лицей № 8 «Олимпия»*

*Дзержинского района Волгограда»*

## **ЗАДАЧИ «О ДОРОГАХ» И «ОДНИМ РОСЧЕРКОМ» НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ**

Транспортная карта, подсчёт количества рукопожатий игроков двух спортивных команд, задача о «кенигсбергских мостах», возможность вычерчивания фигур на плоскости «одним росчерком пера», без повторений. Как решать такие задачи? Назовём их задачами «о дорогах» и «одним росчерком пера».

Любой ученик, решающий задачу, произвольно пытается изобразить условие в виде схемы, некоторого рисунка. Тут на помощь могут прийти графы.

Для организации обучения учащихся решению таких задач необходимо:

- Познакомиться с понятием «граф», его элементами, видами графов, способом решения задач с помощью графов.
- Найти и распределить по группам похожие друг на друга, но разные по условию, задачи.
- Составить памятки – алгоритмы для решения задач «о дорогах», «одним росчерком».

### **Памятка №1 «Решение задач «о дорогах»**

- 1) Найти общее количество «дорог», умножив количество городов на количество исходящих из них дорог и сложив полученные результаты.
- 2) Разделить эту сумму на 2.



При этом если получится целое число, то это и есть количество дорог. Если получится нецелое число, то условие неверно.

### **Задачи «о дорогах» (текстовые)**

#### **Задача 1**

Аркадий, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

**Решение:** Используем памятку №1. Всего 5 человек, значит это вершины степени 4.  $(4+4+4+4+4) : 2 = 10$ .

#### **Задача 2**

В городе  $N$  от каждой площади отходит ровно 5 улиц, соединяющих площади. Докажите, что число площадей чётно, а число улиц кратно 5.

**Решение:** По теореме, что число нечётных вершин любого графа чётно, следует, что число площадей (вершин графа)  $2n$ , а число улиц (рёбер графа) будет  $(2n \cdot 5) : 2$ , а значит, число площадей чётно, а число улиц кратно 5.

#### **Задача 3**

В государстве 24 города. Может ли быть так, что 8 из них соединены с тремя городами, 11 – с пятью городами, а 5 – с четырьмя городами?

**Решение:** Нет, т.к. получается нецелое число рёбер графа.

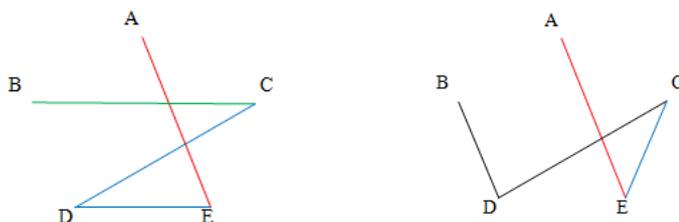
$$(8 \cdot 3 + 11 \cdot 5 + 5 \cdot 4) : 2 = (24 + 55 + 20) : 2 = 99 : 2 = 54,5$$

#### **Задача «Кенгуру»**

Пять джентльменов А, В, С, D и E встретились в клубе. Некоторые из них приветствовали друг друга рукопожатиями, причём А и В пожали руки по одному разу, а С, D и E – по два. Известно, что А пожал руку E. Какого рукопожатия наверняка не было?



(A) C и D; (B) C и E; (C) B и C; (D) B и D; (E) B и E.



### Памятка № 2 «Решение задач «одним росчерком»»

1) Определить четность каждой вершины графа.

2) Граф можно обойти, пройдя по каждому ребру только один раз в том случае, если граф связный и нечетных вершин у него 0 или 2.

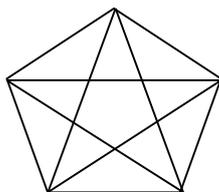
При этом если нечетных вершин две, то маршрут начинается в одной из них, а заканчивается в другой. Если нечетных вершин нет ни одной, то маршрут может начаться в любой вершине и в ней же окончиться.

### Задачи «одним росчерком» (графические)

#### Задача 1

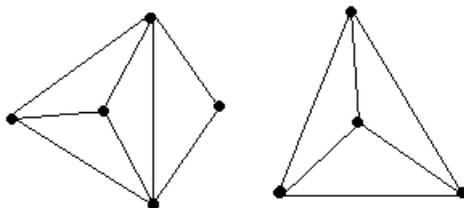
Можно ли обвести карандашом, не отрывая его от бумаги и не проходя по одной линии дважды, правильный пятиугольник с диагоналями?

**Решение:** Используем памятку №2. Можно, т.к. каждая вершина имеет чётность 4.



#### Задача 2

Можно ли нарисовать графы, изображенные на рисунках, не отрывая карандаш от бумаги и проводя каждое ребро ровно один раз?

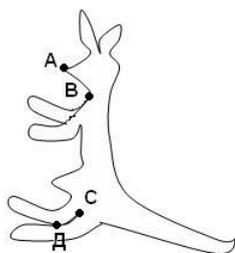


**Решение:**

- 1) Можно, т. к. только 2 нечетные вершины.
- 2) Нельзя, т. к. 4 нечетные вершины.

**Задача «Кенгуру»**

Петя хочет нарисовать кенгуру, не отрывая карандаш от бумаги и не проводя по одной линии дважды. С какой точки он должен начать?



(А) А; (В) В; (С) С; (Д) Д; (Е) нет такой точки

**Решение:** Степени вершин: А – 2, В – 3, С – 1, Д – 3.

Так как нечётных вершин не две, а три (третья вершина между лапами), то данную фигуру одним росчерком обвести нельзя.

Известно, что решение задач – это практическое искусство, подобное плаванию или игре на фортепиано. Научиться ему можно только подражая хорошим образцам, постоянно практикуясь.

